Capitolo 1
Elementi ed applicazioni di calcolo computistico

1.1. Proporzioni-percentuale-interesse-sconto

1.1.1. Proporzioni

Si definisce **proporzione** l'uguaglianza tra due rapporti.
Ad esempio, la seguente uguaglianza di rapporti:

$$24 : 8 = 9 : 3$$

costituisce una proporzione e si legge 24 sta a 8 come 9 sta a 3.
I numeri che costituiscono una proporzione sono denominati **termini**.
Il primo e l'ultimo termine di una proporzione sono detti **estremi** (nel nostro caso 24 e 3), mentre il secondo e il terzo sono detti **medi** (nel nostro caso 8 e 9).
Il primo termine di ogni rapporto è detto **antecedente** (nel nostro caso 24 e 9), mentre il secondo termine di ciascun rapporto è detto **conseguente** (nel nostro caso 8 e 3).

PROPRIETÀ DELLE PROPORZIONI

Una prima proprietà, facilmente verificabile, è costituita dal fatto che in ogni proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

Se prendiamo la proporzione scritta in precedenza si riscontra infatti che:

$$24 \times 3 = 8 \times 9$$

Tale proprietà consente di risolvere numerosi problemi pratici in cui di quattro grandezze legate in proporzione una sia incognita: infatti, conoscendo gli altri tre termini della proporzione si può facilmente determinare il termine ignoto.

Un'altra proprietà delle proporzioni è quella del **permutare** che consiste nel poter scambiare di posto i medi o gli estremi ottenendo ancora una proporzione.

Nel nostro caso, infatti, se si permutano i medi si avrà:

$$24 : 9 = 8 : 3$$

che come è facile verificare costituisce una proporzione.

Permutando gli estremi si ha:

$$3 : 8 = 9 : 24$$

Altra proprietà, che come vedremo consente di risolvere numerosi problemi pratici, è quella del **comporre** così enunciabile: *data una certa proporzione, la somma del primo e del secondo termine sta al primo (al secondo) come la somma del terzo e del quarto termine sta al terzo (al quarto).*

Partendo dalla nostra proporzione 24 : 8 = 9 : 3 e applicando la regola del comporre si avrà:

$$(24 + 8) : 24 = (9 + 3) : 9$$

oppure:

$$(24 + 8) : 8 = (9 + 3) : 3$$

La proprietà dello **scomporre** è invece così enunciabile: *data una certa proporzione, la differenza tra il primo e il secondo termine sta al primo (al secondo) come la differenza tra il terzo e il quarto termine sta al terzo (al quarto).*

Nel nostro esempio si avrà:

$$(24 - 8) : 24 = (9 - 3) : 9$$

oppure:

$$(24 - 8) : 8 = (9 - 3) : 3$$

1.1.2. Calcolo percentuale

Quando una proporzione è riferita ad una grandezza base pari a 100 si parla di calcolo percentuale.

Il calcolo percentuale consente di rendere omogenee, e quindi confrontabili, attraverso il riferimento ad una base comune, grandezze che espresse in termini assoluti sarebbero difficilmente comparabili.

La proporzione riferita al calcolo percentuale può essere così indicata:

$$100 : r = S : Vp$$

dove:

r = ragione o tasso percentuale o aliquota
S = importo su cui calcolare la percentuale
Vp = valore percentuale

Mediante tale proporzione è possibile risolvere numerosi problemi pratici in cui il valore incognito sia, a seconda dei casi, il tasso percentuale, l'importo su cui calcolare la percentuale o il valore percentuale.

CALCOLO SOPRACENTO

Quando il valore percentuale (*Vp*) deve essere aggiunto all'importo al quale si riferisce (*S*) viene utilizzato il calcolo sopracento.

Quest'ultimo si fonda sull'applicazione della proprietà del comporre alla proporzione fondamentale del calcolo percentuale.

Infatti, partendo dalla proporzione:

$$100 : r = S : Vp$$

e applicando la regola del comporre si ha:

$$(100 + r) : 100 = (S + Vp) : S$$

L'utilizzo di tale proporzione consente di risolvere numerosi problemi applicativi.

ESEMPIO

Sapendo che la somma di € 156,00 è comprensiva di IVA al 20%, determinare l'importo al netto dell'imposta (base imponibile).

Sostituendo ai simboli della proporzione sopra riportata i dati numerici indicati si ha:

r = 20%
S + Vp = 156,00
S = valore incognito

Per cui costruendo la proporzione per l'applicazione del calcolo sopracento si ottiene:

$$(100 + 20) : 100 = 156,00 : S$$

ovvero:

$$120 : 100 = 156,00 : S$$

Tale proporzione può essere letta nel seguente modo: se ad un importo comprensivo di IVA pari a 120 corrisponde una base imponibile di 100, ad un importo comprensivo di IVA pari a € 156,00 quale base imponibile corrisponde?

Ricordando che in una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi, il valore S può essere facilmente determinato.

$$S = \frac{100 \times 156,00}{120} = 130,00$$

CALCOLO SOTTOCENTO

Il calcolo sottocento viene utilizzato quando il valore percentuale (*Vp*) deve essere sottratto all'importo al quale si riferisce (*S*).

Partendo dalla proporzione:

$$100 : r = S : Vp$$

e applicando la regola dello scomporre si ha:

$$(100 - r) : 100 = (S - Vp) : S$$

ESEMPIO

€ 2.375,00 rappresentano l'importo al netto di una provvigione del 5%. Determinare l'importo originario (al lordo della provvigione).

$r = 5\%$
$S - Vp = 2.375,00$
$S = \text{valore incognito}$

La proporzione per risolvere il calcolo sottocento sarà:

$$(100 - 5) : 100 = 2.375,00 : S$$

ovvero:

$$95 : 100 = 2.375,00 : S$$

Tale proporzione può essere letta nel seguente modo: se ad un importo netto di provvigione pari a 95 corrisponde un importo lordo di 100, ad un importo netto di provvigione pari a € 2.375,00 quale importo lordo corrisponde?

Risolvendo la proporzione si ottiene:

$$S = \frac{100 \times 2.375,00}{95} = 2.500,00$$

1.1.3. Riparti proporzionali

Il riparto proporzionale è un'applicazione particolare del calcolo proporzionale, che consiste nella suddivisione di una data grandezza in quote proporzionali rispetto ai valori assunti da una o più grandezze (in base alle quali si effettua il riparto).

I riparti possono essere:

- semplici (diretti e inversi);
- composti (diretti, inversi e misti);
- complessi.

Nel presente lavoro verranno trattati i soli problemi di proporzionalità diretta.

a) *Riparto semplice diretto*

Si applica quando deve sussistere una relazione di proporzionalità diretta tra le quote cercate ed i valori dell'unica grandezza di riferimento assunta come criterio di ripartizione.

Un esempio in cui si procede a un calcolo di riparto semplice diretto si ha in riferimento agli utili di una società suddivisi tra i soci in base al capitale versato. Chi conferisce un capitale doppio riceverà un utile doppio, chi conferisce un capitale triplo riceverà un utile triplo, ecc., pertanto, risultano uguali i rapporti tra le quote della grandezza da ripartire (nel nostro caso l'utile) e i valori della grandezza in base a cui si effettua il riparto (nell'esempio il capitale versato).

Posta pari a N la grandezza da ripartire nelle quote $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, in proporzione ai valori $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ assunti dalla grandezza di riferimento, si avrà la seguente catena di rapporti uguali[1]: $x_1 : a_1 = x_2 : a_2 = x_3 : a_3 = \dots = x_n : a_n$. Dall'applicazione della proprietà secondo cui la somma degli antecedenti sta alla somma dei conseguenti come ogni antecedente sta al proprio conseguente, si ottiene che le quote ricercate $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sono determinabili moltiplicando il cosiddetto **coefficiente di riparto** (ottenuto dividendo la quantità da ripartire per il

[1] L'uguaglianza tra due o più rapporti viene definita *catena di rapporti uguali*.

valore complessivamente assunto dalla grandezza base) per il valore assunto dalla grandezza base in riferimento alla singola quota[2].

In termini matematici, si avrà:

$$\textit{coefficiente di riparto} = \frac{N}{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n}$$

o in termini più sintetici:

$$\textit{coefficiente di riparto} = \frac{N}{\sum_{y=1}^{n} a_y}$$

da cui:

$$x_1 = \textit{coefficiente di riparto} \times a_1$$
$$x_2 = \textit{coefficiente di riparto} \times a_2$$
$$x_3 = \textit{coefficiente di riparto} \times a_3$$
$$x_n = \textit{coefficiente di riparto} \times a_n$$

---

[2] Più precisamente, partendo dalla catena di rapporti uguali:

$x_1 : a_1 = x_2 : a_2 = x_3 : a_3 = \ldots = x_n : a_n$

si ha:

$(x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n) : (a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n) = x_1 : a_1$
$(x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n) : (a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n) = x_2 : a_2$
$(x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n) : (a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n) = x_3 : a_3$
……

da cui:

$N : (a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n) = x_1 : a_1$
$N : (a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n) = x_2 : a_2$
$N : (a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n) = x_3 : a_3$
……

Le quote ricercate ($x_1 + x_2 + x_3, \ldots, x_n$), saranno pertanto:

$$x_1 = \frac{N}{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n} \times a_1 \rightarrow \text{coeff. di riparto} \times a_1$$

$$x_2 = \frac{N}{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n} \times a_2 \rightarrow \text{coeff. di riparto} \times a_2$$

ecc.

In modo più immediato si può leggere il significato del coefficiente di riparto come la parte della quantità da ripartire corrispondente ad una unità della grandezza di riferimento. Nell'esempio dell'utile da ripartire ai soci, il coefficiente di riparto rappresenta quanti Euro di utile spettano per un Euro di capitale versato.

ESEMPIO

Una società consegue un utile di € 3.000,00. I due soci (A e B) hanno conferito rispettivamente un capitale di € 10.000,00 e € 20.000,00. Quanto utile spetta a ciascuno?

N = € 3.000,00
a_1 = € 10.000,00 (capitale conferito dal socio A)
a_2 = € 20.000,00 (capitale conferito dal socio B)

$$\text{coefficiente di riparto} = \frac{3.000{,}00}{10.000{,}00 + 20.000{,}00} = 0{,}10$$

Ciò significa che spettano € 0,10 per ogni Euro di capitale conferito.

x_1 (quota utile socio A) = coeff. di riparto $\times\ a_1$
x_2 (quota utile socio B) = coeff. di riparto $\times\ a_2$

$x_1 = 0{,}10 \times 10.000{,}00 = 1.000{,}00$
$x_2 = 0{,}10 \times 20.000{,}00 = 2.000{,}00$

Chiaramente, la somma delle quote-risultato del riparto (nel caso considerato, l'utile spettante a ciascun socio) è pari all'importo da ripartire (nell'esempio, l'utile complessivo).

b) *Riparto composto diretto*

Nel caso di un riparto composto diretto si hanno più grandezze di riferimento in base alle quali procedere al calcolo. Il problema è riconducibile a un riparto semplice in cui la grandezza base è data dal prodotto dei valori assunti dalle grandezze di riferimento.

coefficiente di riparto =

$$\frac{N}{a_1 \times b_1 + a_2 \times b_2 + a_3 \times b_3 + \ldots + a_n \times b_n}$$

o in termini più sintetici:

$$\text{coefficiente di riparto} = \frac{N}{\sum_{y=1}^{n} a_y \times b_y}$$

da cui:

$$x_1 = \text{coefficiente di riparto} \times (a_1 \times b_1)$$
$$x_2 = \text{coefficiente di riparto} \times (a_2 \times b_2)$$
$$x_3 = \text{coefficiente di riparto} \times (a_3 \times b_3)$$
$$x_n = \text{coefficiente di riparto} \times (a_n \times b_n)$$

ESEMPIO

Una società consegue un utile di € 6.000,00. I soci A e B hanno conferito il 1° gennaio rispettivamente un capitale di € 10.000,00 e € 20.000,00. Il socio C ha apportato € 30.000,00 il 1° di settembre. Quanto utile spetta a ciascuno?

N = € 6.000,00
a_1 = € 10.000,00 (capitale conferito dal socio A)
a_2 = € 20.000,00 (capitale conferito dal socio B)
a_3 = € 30.000,00 (capitale conferito dal socio C)
b_1 = 12 mesi (mesi di permanenza in azienda del capitale conferito dal socio A)
b_2 = 12 mesi (mesi di permanenza in azienda del capitale conferito dal socio B)
b_3 = 4 mesi (mesi di permanenza in azienda del capitale conferito dal socio C)

coefficiente di riparto =

$$= \frac{6.000,00}{10.000,00 \times 12 + 20.000,00 \times 12 + 30.000,00 \times 4} = 0,0125$$

x_1 (quota utile socio A) = coeff. di riparto × (a_1 × b_1)
x_2 (quota utile socio B) = coeff. di riparto × (a_2 × b_2)
x_3 (quota utile socio C) = coeff. di riparto × (a_3 × b_3)

x_1 = 0,0125 × (10.000,00 × 12) = 1.500,00
x_2 = 0,0125 × (20.000,00 × 12) = 3.000,00
x_3 = 0,0125 × (30.000,00 × 4) = 1.500,00

c) *Riparti complessi*

Se la quantità da ripartire è complessa, cioè è composta da somme di diversa natura, può risultare impossibile effettuare un riparto sulla base di una o più grandezze comuni, poiché non risulta verificata l'ipotizzata proporzionalità fra tutte le grandezze.

In questi casi la quantità complessa da ripartire si scompone in gruppi omogenei e si ripartisce ogni gruppo in base ad una o più grandezze di riferimento, opportunamente individuate. Una volta scomposta la quantità complessa, il problema è riconducibile ad un riparto semplice diretto (in caso di imputazione su base unica) o ad un riparto complesso (in caso di ripartizione su base multipla).

Un tipico esempio è dato dai costi comuni di produzione (manutenzioni e riparazioni, forza motrice, ammortamenti, mano d'opera indiretta e stipendi) per la cui ripartizione non è possibile trovare una base comune di riparto, ma è opportuno scomporre il calcolo in più riparti (per esempio le manutenzioni e riparazioni, la forza motrice e gli ammortamenti possono essere ripartiti in base alle ore macchina; la mano d'opera indiretta e gli stipendi in base alle ore di mano d'opera diretta).

1.1.4. Interesse

Nel contratto di **mutuo** (prestito di denaro) si distinguono due soggetti: il **mutuante** (cioè colui che presta il denaro) e il **mutuatario**, ossia colui che riceve denaro, corrispondendo un compenso chiamato **interesse**.

Possiamo perciò definire:
Interesse = Compenso spettante per la temporanea cessione di un capitale monetario, commisurato a:

1) capitale prestato;

2) durata del prestito.

La sua misura, rapportata a **100 Euro di capitale** e ad **un anno di impiego**, si chiama **tasso percentuale annuo**.

Se commisurata **ad un Euro**, si chiama **tasso unitario**.

L'interesse può essere:

a) **Posticipato**, se corrisposto alla scadenza del prestito o comunque successivamente alla sua stipulazione (ad esempio: a scadenze trimestrali).

b) **Anticipato**, se corrisposto all'inizio del periodo di tempo a cui si riferisce.

Il calcolo degli interessi può avvenire facendo uso dei due diversi regimi, detti dell'**interesse semplice** e dell'**interesse composto**.

REGIME DELL'INTERESSE SEMPLICE

– Gli interessi maturati a fine periodo non si aggiungono al capitale preesistente e non fruttano ulteriori interessi.
– È sempre calcolato sul capitale iniziale.
– È preferito per operazioni di durata inferiore o uguale all'anno.

REGIME DELL'INTERESSE COMPOSTO

– Al termine di ogni periodo gli interessi vengono capitalizzati, e insieme con il capitale fruttano interessi nel periodo successivo.
– È di norma preferito per operazioni di durata superiore all'anno.

INTERESSE SEMPLICE

C = Capitale originario;
r = Tasso percentuale annuo;
t = Tempo di impiego (in anni);
I = Interesse sul capitale C per il tempo t al tasso r.

I è proporzionale al tempo, al tasso e al capitale.

CALCOLO DELL'INTERESSE ANNUO

Si determina con una proporzione del tipo:

$$\textit{capitale} : \textit{interesse} = \textit{capitale} : \textit{interesse}$$
$$100 : r = C : I$$

Da cui:

$$I = \frac{C \times r}{100}$$

Se l'operazione dura *t* anni, avremo:

$$\boxed{I = \frac{C \times r \times t}{100}}$$

ESEMPIO 1

Viene prestato un capitale di € 5.000,00 per 2 anni al tasso del 9% annuo.

Si avrà:

$$I = \frac{C \times r \times t}{100} = \frac{5.000{,}00 \times 9 \times 2}{100} = 900{,}00$$

Se t = 18 mesi, ossia 1,5 anni, avremo:

$$I = \frac{5.000{,}00 \times 9 \times 1{,}5}{100} = 675{,}00$$

ESEMPIO 2

Viene prestato un capitale di € 3.000,00 per 15 mesi al tasso del 3% trimestrale (15 mesi = 5 trimestri).

$$I = \frac{3.000,00 \times 3 \times 5}{100} = 450,00$$

Si noti che nel calcolo il tempo è stato espresso in trimestri e non in mesi. Ciò è dovuto all'esigenza di esprimere il tasso percentuale e il tempo di riferimento in modo coerente.

N.B. Nella pratica, nei calcoli in regime di interesse semplice, si utilizza di norma il tasso su base annua.

Se il tempo è espresso in mesi, si avrà:
(considerando che $t = m/12$ di anno)

$$I = \frac{C \times r \times m / 12}{100} = \frac{C \times r \times m}{1.200}$$

Se il tempo è espresso in giorni, si considererà che $t = g/365$ di anno. Si avrà:

$$I = \frac{C \times r \times g / 365}{100} = \frac{C \times r \times g}{36.500}$$

Questo calcolo è stato effettuato con il procedimento dell'anno civile, ovvero con il conteggio dei giorni reali di calendario.

Il conteggio può anche essere effettuato con l'anno commerciale, che si considera composto di 12 mesi di 30 giorni ciascuno. In tal caso la formula precedente diventerebbe:

$$I = \frac{C \times r \times g}{36.000}$$

CALCOLO DEI GIORNI

Nel conteggio dei giorni si **esclude** quello iniziale e si **include** quello finale.

N.B. Tale regola generale trova delle eccezioni in alcune operazioni particolari. Ad esempio, nei calcoli relativi ad operazioni bancarie si ha sempre riguardo alla data della **valuta**, ossia al giorno dal quale gli interessi maturano a favore del cliente o della banca.

ANNO CIVILE
(dopo essere stato adottato dalle banche per il calcolo degli interessi a favore del cliente e per quelli a favore della banca, ora trova applicazione anche nei calcoli relativi alle operazioni in titoli)

$$\frac{\textit{GIORNI EFFETTIVI}}{\textit{36.500}}$$

ANNO COMMERCIALE
(utilizzato dalle banche in alcune operazioni particolari)

$$\frac{\textit{ANNO DI 360 GIORNI}}{\textit{36.000}}$$

PROCEDIMENTO MISTO
(in passato utilizzato in Italia dalle banche, ma gradualmente sostituito da quello dell'anno civile)

$$\frac{\textit{GIORNI EFFETTIVI}}{\textit{36.000}}$$

ESEMPIO DI CALCOLO CON I TRE PROCEDIMENTI

Il 24/3 viene concesso un prestito di € 6.000,00 con r = 10%. La restituzione dovrà avvenire il 31/7.

Il calcolo dei giorni con i due procedimenti è il seguente:

	ANNO CIVILE		ANNO COMMERCIALE	
Marzo	(31–24)	7	(30–24)	6
Aprile		30		30
Maggio		31		30
Giugno		30		30
Luglio		31		30
		129		126

Il calcolo degli interessi, utilizzando i tre diversi procedimenti, dà i seguenti risultati:

$$\textbf{ANNO CIVILE} = \frac{6.000{,}00 \times 10 \times 129}{36.500} = 212{,}05$$

$$\textbf{ANNO COMMERCIALE} = \frac{6.000{,}00 \times 10 \times 126}{36.000} = 210{,}00$$

$$\textbf{PROCEDIMENTO MISTO} = \frac{6.000{,}00 \times 10 \times 129}{36.000} = 215{,}00$$

FORMULE INVERSE

Dalla formula generale di calcolo dell'interesse, si possono ottenere diverse formule inverse. In particolare, si segnalano:

$$C = \frac{100 \times I}{r \times t} \text{ oppure } \frac{1.200 \times I}{r \times m} \text{ oppure } \frac{36.500 \times I}{r \times g}$$

(Applicazione pratica: calcolo della consistenza media di un deposito bancario).

$$r = \frac{100 \times I}{C \times t} \text{ oppure } \frac{1.200 \times I}{C \times m} \text{ oppure } \frac{36.500 \times I}{C \times g}$$

(Utile quando si voglia determinare la misura percentuale di un interesse di cui è noto il valore complessivo, oppure nel caso di pagamento anticipato quando si voglia calcolare il corrispondente tasso posticipato "tasso effettivo di finanziamento").

$$t = \frac{100 \times I}{C \times r}$$

(Formula di interesse prevalentemente teorico).

METODO DEI DIVISORI FISSI

È un procedimento di calcolo semplificato dell'interesse, utilizzato dalle banche.

Partendo dalla formula generale dell'interesse

$$I = \frac{C \times r \times g}{36.500}$$

e dividendo ambedue i termini per *r*, si avrà:

$$I = \frac{(C \times r \times g)/r}{36.500/r} = \frac{C \times g}{36.500 / r}$$

dove il prodotto $(C \times g)$ è detto "NUMERO" (N) e la frazione $\frac{36.500}{r}$ è il "DIVISORE FISSO" (D). Da cui

$$\boxed{I = \frac{C \times g}{D} = \frac{N}{D}}$$

ESEMPIO: se $r = 4\%$, avremo $D = \frac{36.500}{4} = 9.125$

L'utilità del procedimento si manifesta nella possibilità di utilizzare apposite tabelle nelle quali i divisori fissi sono precalcolati.

ALCUNI CASI PRATICI DI APPLICAZIONE DEL CALCOLO DEGLI INTERESSI

ESEMPIO 1

Si ipotizzi che la nostra azienda abbia aperto un c/c di corrispondenza presso un istituto di credito, depositando la somma di € 15.000,00 il giorno 11/10 e mantenendo invariato tale deposito fino al 31/12. Il tasso stabilito è del 3% annuo.

Per calcolare gli interessi a favore dell'azienda depositante, occorre innanzitutto calcolare i giorni secondo il procedimento dell'anno civile:

– dal 11/10 al 31/12 = 81 giorni

Dopodiché, applicando la formula dell'interesse semplice, avremo:

$$I = \frac{C \times r \times g}{36.500} = \frac{15.000{,}00 \times 3 \times 81}{36.500} = 99{,}86$$

Questo è l'interesse **lordo** a favore del depositante. Per ottenere l'interesse **netto** occorre considerare che le vigenti disposizioni di legge impongono alle banche di effettuare una ritenuta del 27% sugli interessi corrisposti ai propri clienti. Tale ritenuta è a titolo d'imposta (definitiva) per i privati cittadini, mentre è a titolo d'acconto per le imprese.

Nel nostro caso, la ritenuta sarà pari a:

$$99{,}86 \times 27\% = € \ 26{,}96$$

Di conseguenza al nostro depositante (senza tener conto delle altre spese che maturano sul c/c bancario) verranno accreditate, con valuta 31/12, € (99,86 – 26,96) = € 72,90.

Il tasso **effettivo** (netto) a favore del depositante può pertanto essere ottenuto come segue:

+ Tasso lordo di interesse	*3,00%*
– Ritenuta fiscale 3% x 27%	*0,81%*
= Tasso netto	*2,19%*

Tale risultato può essere ottenuto anche utilizzando la formula vista sopra, ovvero:

$$r = \frac{36.500 \times I}{C \times g} = \frac{36.500 \times 72{,}90}{15.000{,}00 \times 81} = 2{,}19\%$$

ESEMPIO 2

Si ipotizzi che la nostra azienda abbia ottenuto un prestito di € 10.000,00 per un anno, con il pagamento anticipato degli interessi al tasso del 10% annuo. In questo caso, la somma effettivamente ottenuta in prestito non è di € 10.000,00 ma tale importo ridotto degli interessi da liquidare anticipatamente e quindi all'atto dell'ottenimento del prestito (€ 9.000,00). Pertanto il tasso di interesse effettivo non corrisponde a quello nominale del 10%. Il tasso effettivo può essere calcolato nel modo seguente:

Interessi pagati: $$\frac{C \times r \times t}{100} = \frac{10.000 \times 10 \times 1}{100} = 1.000$$

Capitale effettivamente finanziato: 10.000 – 1.000 = 9.000

Tasso effettivo di finanziamento:

$$r = \frac{100 \times I}{C \times t} = \frac{100 \times 1.000}{9.000 \times 1} = 11{,}11\%$$

1.1.5. Montante

È la somma del capitale più l'interesse.
In simboli:

$$\boxed{M = C + I}$$

Sostituendo a *I* il valore ricavato con la formula generale dell'interesse, avremo:

$$M = C + \frac{C \times r \times t}{100}$$

$$M = \frac{100 \times C + C \times r \times t}{100}$$

$$\boxed{M = \frac{C \times (100 + r \times t)}{100}}$$

dove (*100* + *r* × *t*) è noto come **fattore di capitalizzazione semplice.**

Se il tempo è espresso in mesi avremo:

$$M = \frac{C \times (1.200 + r \times m)}{1.200}$$

Se il tempo è espresso in giorni, si avrà:

$$M = \frac{C \times (36.500 + r \times g)}{36.500}$$

Un problema inverso di un certo interesse può essere quello della ricerca del capitale iniziale che, impiegato per un tempo noto a un dato tasso, ha prodotto un montante del quale si conosce l'importo.

Poiché:

$$M = \frac{C \times (100 + r \times t)}{100}$$

moltiplicando ambo i membri dell'eguaglianza per 100, si avrà:

$$100 \times M = C \times (100 + r \times t)$$

da cui:

$$C = \frac{100 \times M}{100 + r \times t}$$

ESEMPIO:

$M = 6.613,04$
$r = 9\%$
$t = 135$ giorni

$$C = \frac{36.500\ M}{36.500 + r \times g}$$

$$C = \frac{36.500 \times 6.613{,}04}{36.500 + 9 \times 135}$$

$$C = 6.400{,}00$$

1.1.6. Sconto

È il compenso che spetta per i pagamenti eseguiti in anticipo sulla scadenza. Si ha che:

Capitale pagabile in anticipo rispetto alla scadenza = Valore nominale *meno* sconto = Valore attuale o scontato.

Nella pratica commerciale si distingue tra: **sconto mercantile**, **sconto commerciale** e **sconto razionale**.

a) *Sconto mercantile*

Esprime una percentuale di riduzione del prezzo di vendita, indipendentemente dal tempo.

Esempio: "Pagamento 90 giorni dalla consegna, sconto cassa 3%" vuol dire che si paga a prezzo pieno tra 90 giorni, o subito con lo sconto del 3%. In termini economici, ciò equivale a dire, utilizzando la formula dell'interesse semplice, che l'onere reale per l'acquirente che paga con la dilazione di 90 giorni è del 12,17%.

Infatti:

$$\text{tasso effettivo} = \frac{36.500 \times I}{C \times g}$$

dove $I = \text{costo dell'operazione} = C \times 3\%$

sostituendo:

$$\frac{36.500 \times C \times 3\%}{C \times 90} = \frac{36.500 \times 3\%}{90} = 12{,}17\%$$

L'onere per l'acquirente che decide di pagare a 90 giorni può essere, tuttavia, ugualmente conveniente se, ad esempio, i fondi necessari al pagamento delle fatture possono essere reperiti solo tramite l'utilizzo di uno scoperto di c/c bancario che, di norma, ha un costo lievemente superiore. La convenienza può essere anche maggiore se la dilazione del pagamento viene prolungata, come talvolta accade nella pratica commerciale, di ulteriori 7-10 giorni.

b) *Sconto commerciale*

È calcolato in funzione del tempo di anticipo.
È proporzionale al **tempo**, al **tasso** ed **al valore nominale**.

c) *Sconto razionale*

È calcolato in base al **tempo**, al **tasso** ed al **valore attuale**.

Il più usato nella pratica è lo **sconto commerciale**, che è l'interesse negativo calcolato sull'importo del debito.

SCONTO COMMERCIALE

Se conveniamo:

C = ***valore nominale;***
r = ***tasso percentuale annuo di sconto (sconto di un debito di € 100, il cui pagamento è anticipato di un anno);***
t = ***tempo di anticipo, espresso in anni;***
S_C= ***sconto commerciale sul debito C.***

Avremo:

$$\begin{array}{ccccccc} \textit{Valore nominale} & : & \textit{sconto} & = & \textit{Valore nominale} & : & \textit{sconto} \\ 100 & : & r & = & C & : & S_C \end{array}$$

$$S_C = \frac{C \times r}{100} \quad \textit{Sconto commerciale per un anticipo di un anno}$$

La formula generale dello sconto, con il tempo espresso in anni, è la seguente:

$$\boxed{S_c = \frac{C \times r \times t}{100}}$$

Ovvero, con il tempo espresso in mesi:

$$S_c = \frac{C \times r \times m}{1.200}$$

E, con il tempo espresso in giorni:

$$S_c = \frac{C \times r \times g}{36.500}$$

ESEMPIO:

$C = 5.400,00$
$t = 4$ mesi
$r = 9\%$

$$S_c = \frac{C \times r \times m}{1.200} = \frac{5.400,00 \times 9 \times 4}{1.200} = 162,00$$

Lo sconto commerciale va usato esclusivamente per operazioni a breve scadenza perché, se il tempo di anticipazione è molto lungo, può accadere che lo sconto diventi maggiore della somma da scontare.

Infatti, in regime di sconto commerciale, con un debito di € 10.000,00 che scade tra 10 anni al tasso del 13%, si avrà:

$$S_c = \frac{10.000,00 \times 13 \times 10}{100} = 13.000,00 > C$$

Inoltre, S_c non è "neutrale". Infatti, se ipotizziamo:

$C = 1.000,00$;
$t = 1$ anno;
$r = 10\%$

Avremo:

$$S_c = \frac{1.000,00 \times 10 \times 1}{100} = 100,00$$

Il valore attuale sarà perciò di € (1.000,00 – 100,00) = 900,00.
Se il creditore investe tale somma per un anno al 10% avrà I = € 90,00.
Lo sconto commerciale avvantaggia perciò il debitore.

FORMULE INVERSE

Valore nominale del capitale	$C = \frac{36.500 \times S_c}{r \times g}$
Tasso percentuale	$r = \frac{36.500 \times S_c}{C \times g}$
Tempo di anticipo	$g = \frac{36.500 \times S_c}{C \times r}$

Valore attuale commerciale = Valore nominale meno sconto commerciale, ossia:

$$\boxed{V_C = C - S_C}$$

$$V_c = C - \frac{C \times r \times t}{100} = \frac{100 \times C - C \times r \times t}{100} \quad \textit{per cui:}$$

$$\boxed{V_c = \frac{C \times (100 - r \times t)}{100}}$$

$$C = \frac{100 \times V_c}{100 - r \times t}$$

Nel caso in cui si debba procedere allo sconto di più capitali, utilizzando lo stesso tasso, si ha che:
Sconto complessivo = sommatoria dei singoli sconti dei diversi capitali al medesimo tasso.

In casi come questo, può trovare applicazione il metodo dei divisori fissi, in base al quale:

a) si calcolano i giorni;

b) si determinano i numeri ($C \times$ giorni) e se ne fa la somma;

c) si trova lo sconto con la frazione:

$$\frac{TOTALE\ NUMERI}{DIVISORE\ FISSO}$$

SCONTO RAZIONALE

Elimina gli effetti perversi dello sconto commerciale, illustrati in precedenza.

Sulla base della definizione dello sconto razionale, la formula generale risulta essere:

$$S_r = \frac{V_r \times r \times t}{100}$$

dove V_r = Valore attuale razionale (incognito).

Ma, se consideriamo:

$$C = Vr + Sr$$

$$C = V_r + \frac{V_r \times r \times t}{100}$$

Moltiplicando ambo i membri dell'uguaglianza per 100 si ha:

$$100 \times C = 100 \times V_r + V_r \times r \times t$$

$$100 \times C = V_r\ (100 + r \times t)$$

$$V_r = \frac{100 \times C}{100 + r \times t}$$

Sostituendo tale espressione al termine V_r nella formula generale si ha:

$$S_r = \frac{100 \times C \ / \ (100 + r \times t) \times r \times t}{100}$$

$$\boxed{S_r = \frac{C \times r \times t}{100 + r \times t}}$$

Ovvero, con il tempo espresso in mesi:

$$S_r = \frac{C \times r \times m}{1.200 + r \times m}$$

E, con il tempo espresso in giorni:

$$S_r = \frac{C \times r \times g}{36.500 + r \times g}$$

ESEMPIO:

Riprendendo lo stesso esempio visto per lo sconto commerciale:

$C = 5.400,00$
$t = 4$ mesi
$r = 9\%$

$$S_r = \frac{C \times r \times m}{1.200 + r \times t} = \frac{5.400,00 \times 9 \times 4}{1.200 + 9 \times 4} = 157,28$$

Come è possibile osservare, lo sconto razionale è, a parità di condizioni, minore dello sconto commerciale. Infatti, lo sconto razionale si calcola sul valore attuale che è, per sua natura, inferiore al valore nominale, su cui invece si calcola lo sconto commerciale.

1.2. Titoli di credito: cambiali, assegni, azioni e obbligazioni

1.2.1. Definizione e caratteristiche principali dei titoli di credito

I titoli di credito possono essere definiti come particolari documenti che incorporano un diritto di credito, consentendo al legittimo possessore di ottenere la prestazione indicata sugli stessi titoli da parte del soggetto obbligato.

Le **caratteristiche fondamentali** dei titoli di credito sono:

- l'**incorporazione** del diritto: il diritto si incorpora nel documento che costituisce il titolo ed è trasferibile con esso;
- la **letteralità**: il contenuto e l'estensione del diritto risultano dal tenore letterale del titolo;
- l'**autonomia**: il diritto vantato da un legittimo possessore del titolo è indipendente (autonomo) dai rapporti riferibili ai precedenti possessori.

In base all'oggetto di osservazione è possibile effettuare numerose **classificazioni** dei titoli di credito. Le più significative vengono di seguito brevemente riportate.

In base alla **causa** si distinguono:

a) **titoli causali**: il diritto trova la sua origine (causa) in un rapporto giuridico che viene indicato sul titolo. Il venir meno del rapporto giuridico sottostante fa decadere il diritto di credito incorporato nel titolo;

b) **titoli astratti**: non viene indicato il rapporto giuridico che ha causato l'emissione del titolo. Il diritto è pertanto esercitabile a prescindere dalla sussistenza del rapporto giuridico sottostante.

In base al **regime di circolazione** si hanno:

a) **titoli al portatore**: non viene indicato il nome del beneficiario (titolare del diritto); pertanto il diritto di credito può essere esercitato da chiunque abbia il possesso del titolo. Il trasferimento tra le parti avviene con la semplice consegna;

b) **titoli all'ordine**: viene indicato il nome del beneficiario. Quest'ultimo, a sua volta, può trasferire il titolo mediante semplice annotazione, apponendo la propria firma sul retro del documento (girata), senza necessità di informare il soggetto obbligato alla prestazione;

c) **titoli nominativi**: il nome del beneficiario viene indicato, oltre che sul titolo, anche su un registro tenuto dall'emittente (soggetto obbligato alla prestazione). Il trasferimento può avvenire con la doppia annotazione (sul documento e sul registro dell'emittente) del nome del nuovo beneficiario, con rilascio di un nuovo documento intestato al nuovo titolare o mediante girata autenticata da un notaio o da un agente di cambio.

In base alla **forma** possono aversi:
a) **titoli formali**: devono rispettare determinati requisiti di forma richiesti dalla legge, in mancanza dei quali i documenti perdono le caratteristiche tipiche dei titoli di credito;
b) **titoli non formali**: non necessitano di particolari requisiti formali.

In base alle **modalità di emissione** si distinguono:
a) **titoli individuali**: sono emessi di volta in volta per singole operazioni;
b) **titoli di massa** (o **in serie**): da un'unica operazione trae origine un numero più o meno elevato di titoli aventi il medesimo contenuto.

1.2.2. La cambiale

Possiamo definire la **cambiale** come un titolo di credito contenente il diritto incondizionato per il legittimo possessore di farsi pagare una determinata somma, nel luogo e alla scadenza indicati, dal debitore indicato sul documento.

La cambiale è un titolo di credito:
1) **all'ordine**;
2) **formale**;
3) **letterale**;
4) **astratto**;
5) **autonomo**;
6) **esecutivo**.

Per quanto riguarda le caratteristiche suindicate si rinvia a quanto riportato sui titoli di credito in generale.

È opportuno un breve cenno al requisito dell'esecutività che non è stato trattato in precedenza. La cambiale è un titolo esecutivo poiché