

Indice

1	Insiemi, numeri reali e funzioni	1
1.1	Elementi di insiemistica	1
1.1.1	Insiemi	1
1.1.2	Operazioni sui sottoinsiemi	5
	Esercizi	9
1.2	Implicazioni	11
1.2.1	Implicazioni ed equivalenze	11
1.2.2	Quantificatori	14
	Esercizi	16
1.3	Insiemi numerici	18
1.3.1	Numeri reali	18
1.3.2	Numeri reali ampliati ed intervalli	20
1.3.3	Numeri naturali, interi, razionali ed irrazionali	21
1.3.4	Minimo e massimo, estremo superiore ed inferiore	22
1.3.5	Valore assoluto e parte intera di un numero reale	26
1.3.6	Rappresentazione dei numeri reali sulla retta	27
1.3.7	Rappresentazione delle coppie di numeri reali nel piano	28
	Esercizi	29
1.4	Funzioni	31
1.4.1	Definizioni di base	31
1.4.2	Funzione composta e funzione inversa	41
	Esercizi	48
1.5	Max, Min, Sup ed Inf di funzioni	51
1.5.1	Massimo e minimo di una funzione a valori reali	51
1.5.2	Funzioni monotone	53
1.5.3	Successioni	55
	Esercizi	59
1.6	Appendice 1: Ordinamenti	61
	Esercizi	69

1.7	Appendice 2: Insiemi numerabili e non-numerabili	71
2	Calcolo combinatorio	75
2.1	Definizioni preliminari	75
2.2	Le formule del calcolo combinatorio	77
2.3	La potenza del binomio	84
2.4	Applicazioni al calcolo della probabilità	88
	Esercizi	90
3	Funzioni potenza ed esponenziali	93
3.1	Potenze, esponenziali e logaritmi	93
3.1.1	Potenze ad esponente intero e radici n-esime	93
3.1.2	Funzioni potenza ad esponente reale	99
3.1.3	Funzioni esponenziali e logaritmiche	102
	Esercizi	112
3.2	Costruzione di grafici	115
3.2.1	Funzioni pari, dispari ed inverse	115
3.2.2	Traslazioni, riflessioni e valore assoluto	116
3.2.3	Compressioni, dilatazioni e funzione reciproca	118
3.2.4	Funzioni composte	120
3.3	Ulteriori esempi sulle funzioni	121
	Esercizi	123
4	Lo spazio \mathbf{R}^n	129
4.1	L'insieme \mathbf{R}^n	129
4.2	Intorni	131
	Esercizi	137
4.3	Appendice: Numeri complessi	140
4.3.1	Nota introduttiva	140
4.3.2	Il campo dei numeri complessi	140
4.3.3	Forma trigonometrica dei numeri complessi	145
4.3.4	Radici n-esime di un numero complesso	148
4.3.5	Equazioni di 2° grado a coefficienti complessi	150
4.3.6	Equazioni polinomiali a coefficienti complessi	152
	Esercizi	155
5	Limiti e continuità	157
5.1	La definizione di limite	158
5.1.1	Verifiche della definizione di limite	160
5.1.2	Funzioni di più variabili	168

5.1.3	Continuità	169
5.2	Teoremi fondamentali sui limiti	170
5.2.1	Teoremi algebrici sui limiti e forme indeterminate	170
5.2.2	Continuità e limiti delle funzioni elementari	176
5.2.3	Teorema sul limite della funzione composta	179
5.2.4	Teoremi del confronto e permanenza del segno	180
5.2.5	Limiti di successioni	183
5.2.6	Il numero di Nepero	187
5.3	Limiti notevoli, infiniti ed infinitesimi	189
5.3.1	Limiti notevoli	189
5.3.2	Infiniti ed infinitesimi	190
5.3.3	Esempi di calcolo di limiti	192
5.4	Teoremi fondamentali sulla continuità	195
	Esercizi	200
5.5	Appendice: serie numeriche	204
6	Calcolo differenziale	213
6.1	Derivate	213
6.1.1	Significato geometrico della derivata	219
6.1.2	Derivata della funzione composta e dell'inversa	220
6.1.3	Le funzioni $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$	224
6.1.4	Derivate delle funzione elementari	230
6.1.5	Derivate successive	231
	Esercizi	232
6.2	Calcolo differenziale	234
6.2.1	Teoremi di Fermat, Rolle, Lagrange	234
6.2.2	Crescenza e decrescenza	240
6.2.3	Problemi risolvibili mediante il calcolo differenziale	247
6.2.4	Regola di L'Hôpital	252
6.2.5	La Formula di Taylor	254
6.2.6	Funzioni convesse	261
6.2.7	Asintoti	269
6.2.8	Esempi di studi di funzione	272
	Esercizi	275
7	Teoria dell'integrazione	281
7.1	L'integrale secondo Riemann	281
7.1.1	Introduzione	281
7.1.2	La definizione d'integrale	283
7.1.3	Proprietà delle funzioni integrabili	291

7.1.4	Integrabilità delle funzioni continue	293
7.1.5	Il Teorema della media	297
7.1.6	Primitive di una funzione	299
7.1.7	Il Teorema fondamentale del calcolo integrale	300
7.2	Calcolo degli integrali indefiniti	306
7.2.1	Integrali indefiniti immediati	307
7.2.2	Integrazione mediante decomposizioni in somme	310
7.2.3	Integrazione per parti	310
7.2.4	Integrazione per sostituzione	312
7.2.5	Integrazione delle funzioni razionali	316
7.3	Volumi di solidi di rotazione	326
7.4	Integrali impropri	328
	Esercizi	333
8	Funzioni di due variabili	337
8.1	Grafici di funzioni di due variabili	338
8.2	Curve di livello	340
8.3	Continuità	343
8.4	Calcolo differenziale	346
8.4.1	Derivate parziali	346
8.4.2	Derivate parziali di ordine superiore	352
8.4.3	Forme quadratiche in \mathbf{R}^2	354
8.5	Ottimizzazione	357
8.5.1	Ottimizzazione libera	357
8.5.2	Ottimizzazione vincolata	365
8.5.3	Condizione necessaria d'estremo	367
8.5.4	Determinante di una matrice 3×3	372
8.5.5	Condizione sufficiente d'estremo	373
8.5.6	Esempi	374
	Esercizi	375