

Indice

	<i>pag.</i>
Elenco delle tabelle	13
Prefazione	15
1 Nozioni preliminari	17
1.1 <i>Introduzione</i>	17
1.2 <i>Una idea intuitiva di numero reale</i>	17
1.2.1 Insiemi limitati in \mathbb{R}	21
1.3 <i>Definizione di funzione</i>	24
1.3.1 Generalità	26
1.3.2 Funzioni iniettive, suriettive, biettive	28
1.3.3 Prolungamenti e restrizioni	29
1.3.4 Grafico di una funzione	30
1.4 <i>Spazi vettoriali reali</i>	32
1.4.1 Esempi di spazi vettoriali reali	33
1.4.2 Combinazioni lineari	36
1.4.3 Dipendenza ed indipendenza lineare	38
1.4.4 Sottospazi vettoriali e basi	42
1.5 <i>Lo spazio metrico \mathbb{R}^n</i>	44
1.6 <i>Nozioni di topologia in spazi metrici</i>	47
2 Matrici e sistemi lineari	55
2.1 <i>Introduzione</i>	55
2.2 <i>Matrici: lo spazio vettoriale $\mathcal{M}(m, n)$</i>	55
2.2.1 Equazioni matriciali	58

	<i>pag.</i>
2.3 <i>La matrice trasposta</i>	59
2.4 <i>Prodotto matriciale righe per colonne</i>	60
2.4.1 <i>Proprietà del prodotto righe per colonne</i>	64
2.5 <i>Matrice inversa - Parte prima</i>	65
2.6 <i>Il concetto di determinante</i>	68
2.7 <i>Matrice inversa - Parte seconda</i>	71
2.8 <i>Il concetto di rango</i>	74
2.8.1 <i>Calcolo del rango</i>	75
2.8.2 <i>Verifica della dipendenza/indipendenza lineare di vettori</i>	79
2.9 <i>Sistemi lineari</i>	80
2.9.1 <i>Concetti introduttivi</i>	81
2.10 <i>Discussione di un sistema lineare</i>	84
2.10.1 <i>Discussione dei sistemi lineari omogenei</i>	84
2.10.2 <i>Discussione dei sistemi lineari non omogenei</i>	85
2.10.3 <i>Riepilogo ed esempi</i>	87
2.11 <i>Calcolo delle soluzioni di un sistema lineare</i>	88
2.11.1 <i>Sistemi di Cramer</i>	88
2.11.2 <i>Sistemi generici</i>	90
2.11.3 <i>Alcuni esempi di sistemi parametrici</i>	93
3 <i>Funzioni reali di una e più variabili reali</i>	97
3.1 <i>Introduzione</i>	97
3.2 <i>Funzioni reali di variabile reale</i>	97
3.2.1 <i>Dominio di una funzione di una variabile</i>	98
3.2.2 <i>Grafico di una funzione di una variabile</i>	99
3.2.3 <i>Proprietà del grafico di funzioni iniettive, suriettive, biettive</i> ..	100
3.2.4 <i>Funzioni limitate</i>	102
3.2.5 <i>Estremi di una funzione</i>	105
3.2.6 <i>Funzioni monotone</i>	110
3.2.7 <i>Funzioni concave e convesse</i>	112
3.2.8 <i>Funzioni simmetriche</i>	114
3.2.9 <i>Funzioni periodiche</i>	116
3.2.10 <i>Funzioni elementari</i>	117
3.2.11 <i>Operazioni elementari sui grafici delle funzioni</i>	125
3.2.12 <i>Funzioni composte</i>	128
3.2.13 <i>Funzioni invertibili e funzione inversa</i>	130

3.3	<i>Funzioni reali di due variabili reali</i>	134
3.3.1	Dominio di una funzione reale di due variabili reali	135
3.3.2	Grafico di una funzione reale di due variabili reali	136
3.3.3	Curve di livello	136
3.3.4	Funzioni limitate	140
3.3.5	Estremi di una funzione reale di due variabili reali	141
3.3.6	Funzioni concave e convesse	144
3.3.7	Funzioni omogenee	145
4	Limiti e continuità	147
4.1	<i>Introduzione</i>	147
4.2	<i>Limiti</i>	147
4.2.1	Definizione di limite	149
4.2.2	Primi teoremi sui limiti	153
4.2.3	Calcolo dei limiti - Parte I: algebra dei limiti e limiti di funzioni elementari	156
4.2.4	Calcolo dei limiti - Parte II: limiti notevoli e gerarchia di infiniti	160
4.2.5	Calcolo dei limiti - Parte III: i simboli \sim e o -piccolo	164
4.3	<i>Continuità</i>	172
4.3.1	Definizione di continuità e prime proprietà	172
4.3.2	Punti di discontinuità	174
4.3.3	Proprietà globali delle funzioni continue su un intervallo	177
4.3.4	Continuità, monotonia e funzione inversa	179
4.4	<i>Asintoti</i>	181
4.4.1	Asintoto verticale	181
4.4.2	Asintoto orizzontale	182
4.4.3	Asintoto obliquo	184
4.5	<i>Due esempi di spazi vettoriali non finitamente generati</i>	187
4.6	<i>Limiti e continuità per funzioni di due variabili</i>	189
5	Calcolo differenziale in \mathbb{R}	193
5.1	<i>Introduzione</i>	193
5.2	<i>La derivata</i>	193
5.2.1	Rapporto incrementale e definizione di derivata	193
5.2.2	Approssimazione lineare di una funzione e retta tangente	196
5.2.3	Derivabilità e continuità	197
5.2.4	Punti di non derivabilità	200

	<i>pag.</i>
5.3	<i>Calcolo delle derivate</i> 203
5.3.1	La funzione derivata 203
5.3.2	Le derivate delle funzioni elementari 204
5.3.3	Operazioni aritmetiche e derivate 206
5.3.4	Derivata della funzione composta 207
5.3.5	Derivata della funzione inversa 210
5.3.6	Derivate di ordine superiore al primo 212
5.4	<i>Il teorema di Lagrange e sue conseguenze</i> 213
5.5	<i>Derivate e ottimizzazione</i> 221
5.5.1	Condizione necessaria del primo ordine: Teorema di Fermat .. 221
5.5.2	Punti critici e punti di frontiera: studio della loro natura 223
5.6	<i>Convessità e concavità per funzioni derivabili</i> 229
5.6.1	Funzioni concave e convesse 229
5.6.2	Punti di flesso 233
5.7	<i>Approssimazione polinomiale di una funzione</i> 241
5.7.1	La formula di Taylor 242
5.7.2	Un'applicazione della formula di Taylor: condizioni sufficienti per l'esistenza di massimi e minimi locali e punti di flesso. 247
5.8	<i>Appendice: il concetto di differenziale</i> 249
6	<i>Calcolo integrale in \mathbb{R}</i> 253
6.1	<i>Introduzione</i> 253
6.2	<i>Calcolo delle aree: un approccio "naif" all'integrale definito</i> 253
6.2.1	Funzioni integrabili in $[a, b]$ 260
6.3	<i>Primitive e integrale indefinito</i> 266
6.3.1	La nozione di primitiva 267
6.3.2	Primitive di funzioni elementari 269
6.3.3	Ricerca delle primitive: metodi di integrazione 269
	Integrazione per scomposizione 270
	Integrazione per parti 270
	Integrazione per sostituzione 272
6.4	<i>Il calcolo dell'integrale definito</i> 273
6.5	<i>Integrale (definito) di Riemann: costruzione (quasi) completa</i> 276
6.5.1	Definizione dell'integrale di Riemann 276
	Partizioni di un intervallo 276
	Somme inferiori e superiori 277
	Funzioni integrabili secondo Riemann 280
6.6	<i>La funzione integrale</i> 281
6.6.1	Il teorema fondamentale del calcolo integrale 282

	<i>pag.</i>
7 Ottimizzazione in \mathbb{R}^2	287
7.1 <i>Introduzione</i>	287
7.2 <i>Calcolo differenziale in \mathbb{R}^2</i>	287
7.2.1 <i>Derivate parziali</i>	287
Differenziale e piano tangente	292
Derivata totale	294
Derivata direzionale	294
Funzioni omogenee	298
7.2.2 <i>Derivate successive</i>	299
7.2.3 <i>Formula di Taylor al secondo ordine</i>	301
7.2.4 <i>Segno di una forma quadratica</i>	301
7.2.5 <i>Convessità</i>	303
7.3 <i>Ottimizzazione libera</i>	304
7.3.1 <i>Condizioni del primo ordine</i>	305
7.3.2 <i>Condizioni del secondo ordine</i>	307
7.3.3 <i>Concavità e convessità in ottimizzazione</i>	308
7.4 <i>Ottimizzazione vincolata</i>	312
7.4.1 <i>Il metodo di sostituzione</i>	312
7.4.2 <i>Il metodo delle curve di livello</i>	315
7.4.3 <i>Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange</i>	317
Condizioni del primo ordine	317
Condizioni del secondo ordine	322
Riepilogo ed Esempi	323
Spiegazione geometrica	326
Spiegazione analitica	328
Interpretazione del moltiplicatore	333
7.4.4 <i>Vincoli di disuguaglianza</i>	335
Indice analitico	341
Bibliografia	347